DOI：10.13334/j.0258-8013.pcsee.160221 文章编号：0258-8013 (2016) 21-5966-09 中图分类号：TM 154

一种考虑磁滞和微观涡流效应的电磁模拟方法

张长庚[1]，李永建[1]，杨庆新[2]

(1. 河北工业大学电磁场与电器可靠性省部共建重点实验室，天津市 红桥区 300130;
2. 天津工业大学天津市电工电能新技术重点实验室，天津市 西青区 300160)

An Electromagnetic Simulation Method Considering Hysteresis and Micro-Eddy Current Effect

ZHANG Changgeng[1], LI Yongjian[1], YANG Qingxin[2]

(1. Province-Ministry Joint Key Laboratory of Electromagnetic Field and Electrical Apparatus Reliability, Hebei University of Technology, Hongqiao District, Tianjin 300130, China;
2. Tianjin Key Laboratory of AEEET, Tianjin Polytechnic University, Xiqing District, Tianjin 300160, China)

ABSTRACT: In the simulation of motor and power transformer, the silicon laminated core is regarded as the bulk material avoiding the huge triangulation and computation. This simplification can not describe the eddy current path and ignore the influence of the eddy current. The magnetic field equation considering the micro-eddy current and magnetic hysteresis was proposed. Firstly, the inverse Preisach hysteresis model was identified by the measurement data and the inverse Everett function was computed from first order recursive curve. And the micro-eddy current loss coefficients were optimized fitting. Secondly, the controlled electromagnetic equation was proposed to couple with the Maxwell equation, Preisach model and micro eddy current. Lastly, the alternating and rotational magnetic properties of the non-oriented silicon steel 35WW270 were measured. In order to verify the validity of the numerical algorithm, the electromagnetic finite element method (FEM) simulation was fulfilled by means of the simplified 2D model from the 3D magnetic tester. Simulation results are in agreement with the experimental results, which can prove the correctness and validity of this micro-eddy current algorithm.

KEY WORDS: magnetic hysteresis; finite element; electrical steel; eddy current

摘要：电机和电力变压器电磁仿真以实心材料代替硅钢叠片铁心，难以准确描述涡流路径，并且忽略了涡流效应影响。该文提出了一种考虑微观涡流和磁滞的电磁模拟算法。通过一阶回转曲线计算磁滞过程的 Everett 函数，从而辨识逆 Preisach 模型的参数，并对微观涡流损耗系数进行优化拟合；构建考虑微观涡流和磁滞效应的电磁本构方程，设计有限元离散和方程组迭代的算法，实现 Maxwell 方程、磁滞和微观涡流场的耦合。最后，对无取向钢片 35WW270 进行了交变一维磁特性和旋转二维磁特性的实验。为了验证数值算法的有效性，三维磁特性测量装置简化为二维模型进行电磁有限元仿真，仿真结果与交变和旋转磁特性测量结果吻合较好，验证了叠片铁心微观涡流算法的正确性和有效性。

关键词：磁滞；有限元；电工硅钢片；涡流场

0 引言

保证电机转矩前提下减小电机尺寸和损耗是电动汽车和混合动力汽车行业的趋势，并且车用电机工作在宽频调速范围，因此对新型高效能电机的设计提出挑战。面临的基础性的科学问题是电机铁心动态的磁滞和涡流损耗的精细模拟计算[1-2]。铁心材料的磁滞损耗来源于铁心硅钢片的磁畴壁的平移和转动所产生的局部微小涡流。磁畴壁运动规律可以通过微观的朗道–利普希茨方程模拟[3]。然而微磁学仿真几何尺度过小不适用于电磁装置等级的仿真，对于大几何尺度的磁化仿真采用宏观的磁滞模型如 Preisach 模型，Jiles-Atherton(JA)模型等[4]。其中 Preisach 模型是电气工程领域运用最广泛的唯象的铁磁材料宏观模型。JA 模型基于描述反 Bloch 磁畴壁运动的摩擦阻力建立的微分方程的磁滞模型。

上述磁滞模型都是标量模型，标量模型具有局限性，一般认为磁密与铁心铁耗也是正相关的。超

基金项目：国家自然科学基金项目(51237005,51507110)；河北省自然科学基金项目(E2014202137)；新能源电力系统国家重点实验室开放课题（LAPS16002）

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (51237005, 51507110); Natural Science Foundation of Hebei Province, China (E2014202137); State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources (LAPS16002).

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

高效电机(IE-4)的设计目标是更高的电磁转矩和更小的损耗，电磁转矩与气隙磁密是正相关的，故两个设计目标相矛盾。实际上，旋转电机铁心存在旋转磁场，通过旋转磁特性测量实验的观察，磁密 $\boldsymbol{B}$ 和磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 是空间矢量磁滞关系，接近饱和时的旋转损耗远小于交变损耗甚至接近与零[5]。国内外学者提出若干矢量磁滞模型，如 Enokizono and Soda(E&S)模型，将磁阻率张量分解为磁滞系数和磁阻系数两部分[6]；Preisach-Stoner- Wohlfarh(PSW)模型依赖空间磁滞算子的定义[7]，矢量磁滞模型更精确描述旋转磁心损耗。因此通过耦合矢量磁滞模型的电磁场建模和设计，理论上有可能设计出同时满足高磁密、高转矩密度和低铁耗的电机[8]。

建立精确表征铁心磁性材料的磁滞模型是仿真模拟的前提，通过磁滞模型和电磁有限元计算的耦合实现 IE-4 电机的设计。然而，耦合磁滞模型的有限元方法面临两个主要挑战：

1）正磁滞模型不适合基于磁势位 $\boldsymbol{A}$ 的电磁场计算。典型的正磁滞模型如 Preisach 模型，PSW 模型等，以 $\boldsymbol{H}$ 为外加场，求解磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 或者 $\boldsymbol{B}$。对于基于 $\boldsymbol{A}$ 的经典涡流场计算方法，当由 $\boldsymbol{B}$ 解 $\boldsymbol{H}$ 时，需要大量迭代运算效率较低。因此建立直接由 $\boldsymbol{B}$ 解 $\boldsymbol{H}$ 的逆磁滞模型可以提高计算效率[9]。

2）耦合磁滞模型的有限元解法器效率不高。传统的涡流场计算解法器采用牛顿拉夫逊（Newton Raphson，N-R）方法，对于非线性非问题以 2 次方速度收敛，对于线性问题无论有限元自由度的规模大小都可以两步收敛。但是对于大多数磁滞模型是离散不可导，一般不存在对 $\boldsymbol{A}$ 的海塞矩阵，故 N-R 方法不适用。Preisach 模型与电磁有限元方法耦合使用绝对收敛的固定点迭代算法，计算仅以 1 次方速度收敛[10]。一种改进的矢量开始模型(Vector Play Model)定义海塞矩阵，解法器仍采用 N-R 方法[11]。

除了磁滞效应引起电磁仿真计算的不准确，电工材料的涡流场也是电磁仿真主要难题。对于非线性磁导率材料，采用磁矢位和电标量方法[12]；对于非线性电导率材料，采用电矢位和磁标量方法[13]。电机及变压器铁心采用硅钢叠片材料，电磁模拟为了减小计算量常采用实心模型代替叠片模型。当变化的磁通穿过实心导电材料时，实心导体内会产生整体环绕涡流。而在实际的硅钢叠片材料中，涡流被限制叠片内部；在软磁复合材料(soft magnetic composite，SMC)中，既存在整体环绕的涡流也存在限制在铁磁小颗粒内部的涡流。实验表明硅钢叠片和 SMC 的实际涡流损耗均远小于实心材料仿真下的涡流损耗[14]。直接进行三维硅钢叠片模型的建模能够考虑涡流损耗对磁场计算的影响，但是网格量和计算规模对于实际的工程问题过大而不可行。因此当叠片铁心材料简化为实心材料时，无法进行涡流场准确计算，通常在有限元后处理阶段采用 Steinmetz 损耗分离公式计算经典涡流损耗[15]。然而当电力变压器引入直流偏磁或高次谐波使涡流损耗显著增大。对于铁心的电磁场计算，有限元后处理无法反应涡流效应对电磁场的反馈作用，对此 Zhou Ping 等提出考虑磁滞和涡流损耗对电磁场计算反馈的有限元方法，通过涡流损耗等效的磁场强度与绕组激励的磁场强度叠加计算电磁场问题[16]。

本文推导了微观涡流场计算的本构方程，提出了考虑微观涡流场的电磁模拟数值方法。包括：逆 Preisach 分布模型计算方法和改进的考虑磁滞有限元的迭代算法。编写二维电磁模拟程序，对测量装置的简化模型进行仿真研究。仿真结果与旋转磁特性测试结果相比较验证提出算法的有效性。

1　逆 Preisach 磁滞模型

1.1　逆 Preisach 磁滞模型定义

Preisach 磁滞模型是一种不依赖磁化速度的静态模型，由若干微小的磁偶极子 $\gamma_{\alpha\beta}$ 构成，其数学描述是二重积分：

$$B(t)=\int_{h_c,h_u} P(h_c,h_u)\gamma_{\alpha\beta}H(t)\mathrm{d}h_c\mathrm{d}h_u \tag{1}$$

式中：h_c 为矫顽磁场强度；h_u 为平均磁场强度；$P(h_c,h_u)$为磁偶极子的分布函数，分布函数对于每一种磁性材料都不同，根据磁性材料测量实验结果选择恰当的分布规律，如正态分布，对数分布等。然而，式(1)空间二重积分计算量较大，工程应用中使用一阶回转曲线(First order reversal curves，FORC)辨识离散的 Preisach 模型，预先计算基于 H 的 Everett 函数。

本文基于 Everett 函数定义以 B 为输入变量离散逆 Preisach 模型，当 B 增大时($\mathrm{d}B/\mathrm{d}t>0$)：

$$H(t)=2\sum_{i=1}^{N}(E(b_{ui},b_{vi-1})-E(b_{ui},b_{vi}))+2E(B(t),b_{vN}) \tag{2}$$

当 B 减小时($\mathrm{d}B/\mathrm{d}t<0$)：

$$H(t)=2\sum_{i=1}^{N}(E(b_{ui},b_{vi-1})-E(b_{ui},b_{vi})) \tag{3}$$

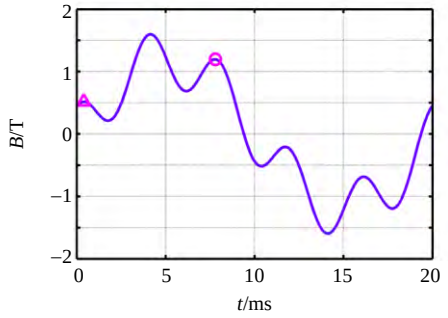
?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

式中 b_{ui}、b_{vi} 为 b_u-b_v 平面的回转点。Everett 函数 $E(b_u, b_v)$的几何含义是回转的连线与 $b_u = b_v$ 直线所围成三角形的分布函数的二维面积分。以基频 50Hz 含五次谐波激励波形为模型输入：

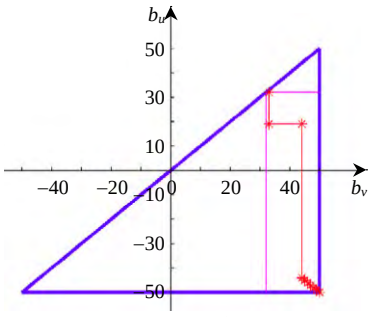
$$B(t) = 1.2\sin(\omega t) + 0.45\sin(5\omega t) \tag{4}$$

式中 ω 为激磁的角频率。含五次谐波的激励模型能够模拟受谐波影响下的电力变压器铁心的工作状态，而且复杂谐波的激励能够检验逆 Preisach 磁滞模型具有较宽的适用性。

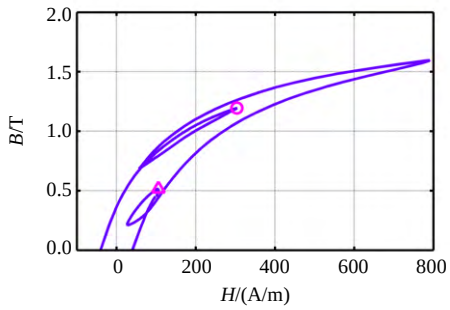
图 1(a)是模型谐波输入的激磁波形，图 1(b)是圆形点时刻所对应的逆 Preisach 平面及所有回转点。图中星形点即模型的回转点，3 个稀疏的回转点由复杂的磁化历史决定，在 $b_u = -b_v$ 直线上密集的回转点，是仿真前对磁性材料进行均匀退磁的结果。图中的横轴坐标是把饱和磁密等分为 100 份，



(a) 模型激励 50Hz 输入含谐波的 B 波形



(b) 逆 Preisach 平面 b_u-b_v 及回转点(在圆形点时刻)



(c) 模型输出磁滞回环的 B-H 回线

图 1 逆 Preisach 模型计算方法

Fig. 1 Computing process of inverse Preisach model

因此 Everett 矩阵大小为 101×101，当磁密取值为非等分点时，利用相邻的两个磁密点进行一次函数插值。图 1(b)根据式(2)、(3)的几何解释：磁场强度 H 是 Preisach 平面内回转曲线下方包围区域的面积分。图 1(a)半波周期的最大值点对应磁滞回线的顶点，图 1(a)用圆形和三角形标注两个极大值点非最大值点。图 1(a)两个极值点非最大值点, 对应图 1(c)两个小磁滞回环的顶点，表明所建立的逆 Preisach 磁滞模型具有铁磁材料的擦除特性，能够描述微小磁滞回环的特性。

1.2 改进的极限环与逆 Preisach 模型辨识

无论是标量磁滞模型还是矢量磁滞模型辨识都强烈依赖磁特性测量实验。标准的一维交变磁特性测量方法是爱泼斯坦方圈法；矢量的二维旋转磁特性测量方法有各种结构的二维单片测量仪[17-18]。连续的 Preisach 模型中，辨识式(1)中的分布函数；离散的 Preisach 模型中，利用实验测量 FORC 曲线辨识 Everett 矩阵，其中 Everett 矩阵定义：

$$E(b_u, b_v) = \frac{1}{2}(H_{\text{forc}}(b_u, b_v) - H_{\text{forc}}(b_u)) \tag{5}$$

式中：$H_{\text{forc}}(b_u, b_v)$表示从 b_u 点到 b_v 点下降 FORC 的 H 差值；$H_{\text{forc}}(b_u)$为上升到 b_u 点出的 H。磁性材料 FORC 曲线的测量多来自于直流测量性实验，对于电工材料的交流测特性测试，需要在激励的正弦波电流叠加不同倍数幅值的直流偏置电流，对激磁电源要求高，测试方法复杂。标准的电工软磁材料磁特性测量实验仅能测量波形对称的 B-H 曲线。S. Naidu 提出利用极限环估算一阶回转曲线方法，然而该方法是基于 H 平面的 N 等分的正磁滞模型的辨识方法。在此基础上本文提出了，基于 B 平面的逆模型辨识方法(流程图 2)。

传统的逆 Preisach 模型的直接辨识方法通过迭代寻找磁密的 N 等分点，为了得到准确的等分点，

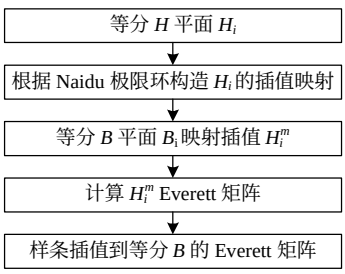


图 2 逆 Preisach 模型 Everett 矩阵辨识方法

Fig. 2 Identification of the Everett matrix in inverse Preisach model

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

FORC 曲线上 H 的等分离散的个数必须高度密集，计算复杂度过高。本算法避免了大量迭代运算，仅使用大小为 101×101 的基于 H 的 Everett 矩阵，可计算相应的基于 B 的 Everett 矩阵如图 3 所示。b_u 和 b_v 坐标轴单位是磁密离散整数点。Everett 矩阵是与逆 Preisach 平面对应的对称矩阵，且反对角线一侧全部零元素，最大值点是顶点，即饱和时的磁场强度。

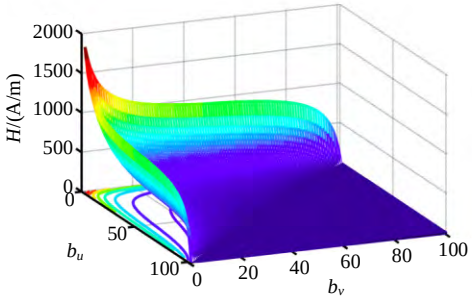


图 3　逆 Preisach 过程的 Everett 分布矩阵

Fig. 3　Everett distribution matrix of inverse preisach process

2　微观涡流场建模

当变化的磁场穿过导体时，根据法拉第电磁感应定律，导体内部感生涡流。电机和变压器铁心广泛使用硅钢叠片的目的是抑制整体涡流，减弱涡流损耗和发热。本节提出的微观涡流场有限元方法模拟硅钢叠片的局部均匀化的涡流场。

2.1　微观涡流场建模

2.1.1　微观涡流场磁场强度

频域下根据 Berotti 损耗分离原理，硅钢铁心损耗分解为磁滞损耗，经典涡流损耗和异常损耗：

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}_{\rm hys}+\boldsymbol{P}_c+\boldsymbol{P}_e=k_h(fB_m)+k_c(fB_m)^2+k_e(fB_m)^{1.5} \quad (6)$$

式中：f 为激磁频率；B_m 为磁密的幅值；k_h 为磁滞损耗系数；k_c 为涡流损耗系数；k_e 为异常损耗系数。对于电工硅钢片的涡流损耗系数计算：

$$k_c=\pi^2\sigma\frac{d^2}{6} \quad (7)$$

式中：d 为硅钢片的厚度；σ 为电导率，σ 的测量根据国际电工标准 IEC-60404-13 叠片材料的四点测量法。无取向钢片的电导率 $\sigma=2.2\times10^6$S/m。损耗系数也可以通过测量的多频的 B-P 损耗曲线求解带约束的最优化问题：

$$\begin{cases}\text{Min}\ |P_{\rm meas}(B_m,f)-P_{\rm cal}(k_h,k_c,k_e)\|^2\\ \text{s.t.}\quad k_h,k_c,k_e>0\end{cases} \quad (8)$$

对无取向钢片 35WW270 在宽频范围 20~200Hz 的损耗测量，最优化问题解得 $k_h=9.66\times10^{-3}$W/m^3，$k_c=1.04\times10^{-4}$W/m^3，$k_e=1.96\times10^{-3}$W/m^3，测量结果与仿真结果吻合较好(图 4)。

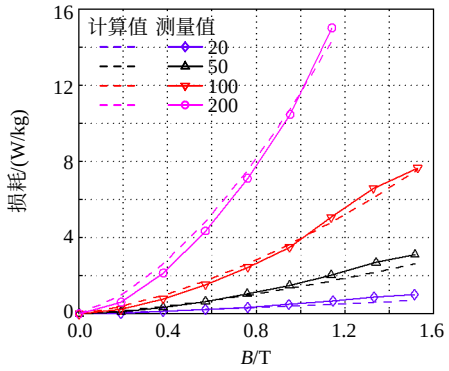


图 4　频率 20~200Hz 时，无取向钢片 35WW270 测量与拟合损耗曲线对比

Fig. 4　Comparison between measurement and simulation loss curves of non-oriented silicon steel 35WW270 at 20~200Hz

考虑磁滞和涡流效应对 $\boldsymbol{H}$ 的影响，由损耗 P 与 $\boldsymbol{H}$ 瞬态关系：

$$P=\boldsymbol{H}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t} \quad (9)$$

根据铁心损耗分离公式(6)，相应把磁场强度分解为磁滞磁场强度 $\boldsymbol{H}_{\rm hys}$，经典涡流磁场强度 $\boldsymbol{H}_c$ 和异常损耗磁场强度 $\boldsymbol{H}_e$。

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}_{\rm hys}+\boldsymbol{H}_c+\boldsymbol{H}_e \quad (10)$$

假设标准正弦波磁场激磁，根据频域经典涡流损耗式(6)，推导出单位体积的等价时域涡流损耗表达式[18]：

$$p_c(t)=\frac{k_c}{2\pi^2}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \quad (11)$$

利用式(9)、(11)求解由涡流导致的磁场强度：

$$\boldsymbol{H}_c(t)=\frac{k_c}{2\pi^2}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \quad (12)$$

2.1.2　微观涡流场本构方程

静态磁滞 $\boldsymbol{H}_{\rm hys}$ 分解为等价线性磁场强度部分和非线性磁滞剩磁磁化强度 $\boldsymbol{R}$：

$$\boldsymbol{H}_{\rm hys}=\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0\mu_{\rm eff}}-\boldsymbol{R} \quad (13)$$

式中 $\mu_{\rm eff}$ 为忽略磁滞和涡流部分的等效相对磁导率。联立式(10)—(13)和安培环路定律的微分形式：

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\begin{cases}\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}\\ \boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}\end{cases} \tag{14}$$

并且忽略异常损耗导致的磁场强度部分，方程进一步简化为

$$\frac{k_c}{2\pi^2}\frac{\nabla\times\nabla\times\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\frac{1}{\mu_0\mu_{\text{eff}}}\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}=\boldsymbol{J}+\nabla\times\boldsymbol{R} \tag{15}$$

式中 μ_0 为真空磁导率，该电磁方程本质上在等价的实心磁性材料上引入均匀的涡流场，与激磁电流的磁场相互作用。能够有效模拟低频激磁时硅钢片磁场趋附效应不显著时的工况。与传统的宏观涡流场计算方程区别：涡流项部分，式(15)双旋度的时间微分项，表示均匀分布的涡流，避免刻画涡流场的微观结构，能够正确反映硅钢叠片材料和 SMC 材料中涡流效应对绕组磁化电流的抵消作用。本构方程式(15)的另一个特点是考虑了磁滞效应，引入了非线性的剩余磁化强度部分。

2.2 微观涡流场有限元模拟

根据 Galerkin 变分原理，以一次线性的形状函数作为有限元的基空间，式(15)转化为变分形式：

$$\sum_{\Omega_e\in\text{Set}(i)}\frac{k_c}{2\pi^2}\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega_e}\nabla\boldsymbol{N}_i^e\nabla A_z\mathrm{d}\Omega_e+\frac{1}{\mu_0}\int_{\Omega_e}\nabla\boldsymbol{N}_i^e\nabla A_z\mathrm{d}\Omega_e=\sum_{\Omega_e\in\text{Set}(i)}\int_{\Omega_e}\boldsymbol{N}_i^e(\nabla\times\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}+J)\mathrm{d}\Omega_e \tag{16}$$

式中：$A_z=\sum_i a_i\boldsymbol{N}_i$ 为有限元自由度(DOF)；N_i 为一次线性空间的基函数；Set(i)表示第 i 个节点自由度的剖分单元集合；Ω_e 表示三角形单元 e。局部瞬态涡流场有限元离散为矩阵形式：

$$\boldsymbol{K}_c\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{a}=\boldsymbol{I}_R+\boldsymbol{I} \tag{17}$$

局部涡流刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_c^e=\int_{\Omega_k}\frac{k_c}{2\pi^2}\nabla\boldsymbol{N}^e\nabla\boldsymbol{N}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$；单元刚度矩阵 $\boldsymbol{K}^e=\int_{\Omega_k}\frac{1}{\mu_0\mu_{\text{eff}}}\nabla\boldsymbol{N}^e\nabla\boldsymbol{N}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$；绕组电流向量 $\boldsymbol{I}^e=\int_{\Omega_k}\boldsymbol{N}^e\boldsymbol{J}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$；剩余磁化电流向量 $\boldsymbol{I}_R^e=\int_{\Omega_k}\boldsymbol{N}^e\nabla\times\boldsymbol{R}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$。

根据有限元主程序流程图 5，耦合逆 Preisach 磁滞模型和有限元方法的具体过程如下：

1）更新等效的相对磁导率 μ_{eff}。如果磁性材料为线性，则令 μ_{eff} 为常数相对磁导率 μ_{r}；如果磁性材料为非线性，有两种更新办法：第一种方法是经典的全局系数方法(global coefficient method, GCM)对于各向同性材料选择恒定的常数[19]：

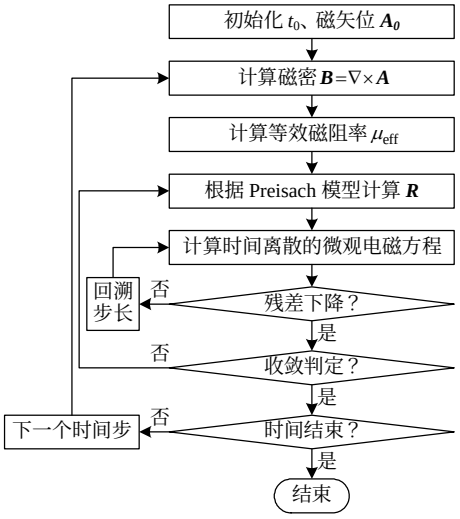


图 5 主程序流程图

Fig. 5 The main program flow chart

$$\mu_{\text{eff}}=\frac{\max(\mu_{\text{r}})+\min(\mu_{\text{r}})}{2} \tag{18}$$

第二种方法是局部系数的方法(Local coefficient method, LCM)，由于相对磁导率非线性，μ_{eff} 选取根据激磁状态变化的策略，剩余矢量 $\boldsymbol{R}$ 较小，方程的求解迭代能够快速收敛。μ_{eff} 不同选择方法不影响计算结果。然而选择不恰当时，计算的剩余矢量 $\boldsymbol{R}$ 较大，迭代计算收敛变慢[20]。

2）更新磁场强度 $\boldsymbol{H}$。通过已知的 $\boldsymbol{B}_x$ 和 $\boldsymbol{B}_y$ 分别利用逆 Preisach 模型更新 $\boldsymbol{H}_{\text{hys}}^x$ 和 $\boldsymbol{H}_{\text{hys}}^y$。

3）更新剩余磁化强度 $\boldsymbol{R}$，根据 $\boldsymbol{H}_{\text{hys}}$ 定义式(13)：

$$\boldsymbol{R}=\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0\mu_{\text{eff}}}-\boldsymbol{H}_{\text{hys}} \tag{19}$$

从而计算剩余磁化电流向量。

时间离散格式采用隐式离散方法：

$$\boldsymbol{K}_c\frac{\boldsymbol{a}_k-\boldsymbol{a}_{k-1}}{\Delta t}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{a}_k=\boldsymbol{I}_R(\boldsymbol{a}_k)+\boldsymbol{I} \tag{20}$$

剩余磁化电流本质来自磁滞模型，由式(13)计算，大多数磁滞模型如 Preisach 模型属于离散算法且不可导，式(20)不能采用传统涡流场计算的 *N-R* 方法，故选用稳定的固定点迭代方法，每个子步的迭代方程：

$$\begin{cases}(\boldsymbol{K}_c+\boldsymbol{K})\boldsymbol{a}=\boldsymbol{I}_R(\boldsymbol{a}_k^{n-1})+\boldsymbol{I}+\boldsymbol{K}_c\dfrac{\boldsymbol{a}_{k-1}}{\Delta t}\\ \boldsymbol{a}_k^n=\boldsymbol{a}_k^{n-1}+\alpha(\boldsymbol{a}_k^{n-1}-\boldsymbol{a})\end{cases} \tag{21}$$

式中：a_k^n 为第 k 时间步、第 n 次迭代的离散的磁势位；α 为迭代搜索步长，当系统自由度规模较小时式(21)求解采用直接解法器，矩阵 $\boldsymbol{K}$、$\boldsymbol{K}_c$ 是高度稀

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

疏化矩阵，当模型网格剖分过细，采用共轭梯度方法计算，内存占用低且计算效率高。对于迭代的搜索步长选用回溯的方法，当迭代收敛没有下降时：

$$|\boldsymbol{a}_k^n-\boldsymbol{a}_k^{n-1}|>|\boldsymbol{a}_k^{n-1}-\boldsymbol{a}_k^{n-2}| \tag{22}$$

重新选择搜索步长($\beta<1$)：

$$\alpha:=\beta\alpha \tag{23}$$

保证每一步迭代搜索方向下降和有限元解法器的稳定。

3　实验测量与模型验证

磁特性测量装置进行无取向钢片材料特性测试，然后利用测试数据辨识逆 Preisach 模型的 Everett 参数矩阵。最后，采用考虑微观涡流的有限元方法对测量装置铁心结构进行数值模拟。

3.1　三维磁特性测量实验系统

磁特性测量系统由 6 个组成部分构成(图 6)，以 NI-PXIe 嵌入式控制器为运算核心，给三路功率放大器输入模拟控制信号，激磁电压信号经过阻抗匹配回路和谐振电路选频，获得大激磁电流输入给主激磁磁路，在样品上的传感线圈感应微弱信号，经过高增益的放大电路输入给 LabView 嵌入式控制系统，实现闭环的运算和反馈。

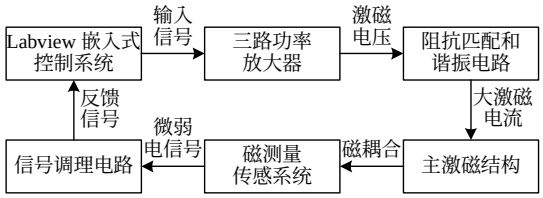


图 6　磁特性测量系统

Fig. 6　Magnetic properties measurement system

磁特性测量装置如图 7，3 个 C 型激磁磁轭正交垂直放置，磁轭由高取向硅钢片新日铁 27ZH95 卷制，激磁样品置于 3 个磁轭中心缺口处组成闭合磁路，每一个 C 型磁轭对称缠绕一组柔性激磁绕组[21]。

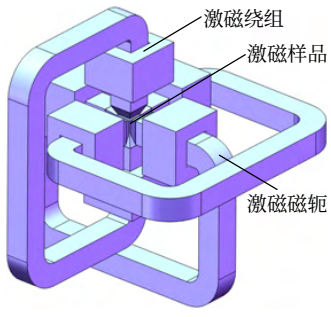


图 7　三维磁特性测量装置

Fig. 7　Three dimension magnetic measurement apparatus

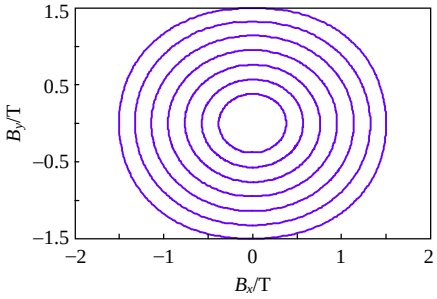
磁特性测量样品的磁密由垂直于磁场方向表贴的 B 传感线圈测量，磁场强度信号由平行于磁场方向表贴的 H 传感线圈测量，基于法拉第电磁感应定律计算：

$$B(t)=\frac{1}{K_B}\int_0^t V_B(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{24}$$

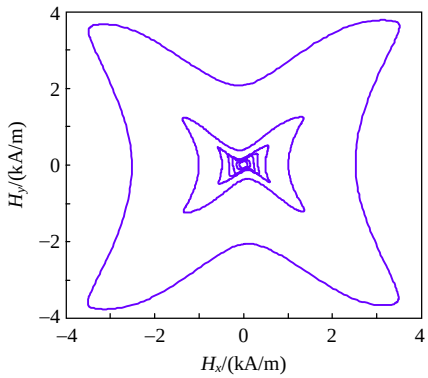
$$H(t)=\frac{1}{\mu_0 K_H}\int_0^t V_H(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{25}$$

式中：V_B、V_H 为 B 和 H 线圈的感应电动势；K_B、K_H 为 B 和 H 传感线圈的线圈系数。磁特性实验反馈控制系统采用频域的控制策略，通过多功能数据采集卡(PXIE-6368)采集多路 H_x、H_y、H_z、B_x、B_y、B_z 信号，实时快速傅里叶变换，提取信号特征，反馈更新输出三路模拟控制信号。

采集的信号经过去噪，去零漂等后处理获得磁性材料在交变和旋转磁化下磁特性。图 8 表示无取向钢片 35WW270 在 50Hz 旋转磁化下的 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 轨迹。其中 $\boldsymbol{B}$ 轨迹是一系列幅值不同的圆形。无取向钢片在较低磁密时，各向异性较弱；当磁密接近饱和 1.5T 时，由于磁晶各向异性，无取向钢片在 45° 方向表现较强的磁各向异性。在最大圆形磁密激励下，$\boldsymbol{H}$ 轨迹在 x 轴、y 轴的截距分别是 2500 和



(a) 磁密轨迹



(b) 磁场强度轨迹

图 8　无取向钢片 35WW270 在 50Hz 下二维矢量磁特性

Fig. 8　The vector magnetic properties of non-oriented silicon steel at 50Hz

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2000A/m，故 x 和 y 轴方向材料的相对磁导率差距较小。因此，在有限元模拟中假设无取向硅钢片 35WW270 是各向同性的磁性材料。

3.2 有限元二维简化模型与仿真

根据所提出的考虑磁滞和微观涡流的有限元模拟方法，编写二维有限元模拟程序。首先，对三维磁特性装置(图 7)做剖面，再补全四周磁轭构成闭合磁路，形成简化的二维仿真模型(图 9)。该模型忽略 z 轴方向的磁场激励和磁特性测量装置的夹具和绕组骨架等, 保留在水平 x、y 方向的混合激励。

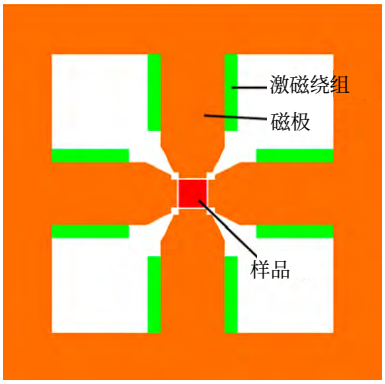


图 9 三维磁测量装置的二维简化仿真模型

Fig. 9 The simplified 2D model of 3D magnetic measurement apparatus

位于仿真模型中心位置的是正方形 22×22mm^2 无取向硅钢叠片样品 35WW270。仿真模拟的目的是观察样品上磁场的均匀度和分布情况，因此为了提高仿真精度，在图 10 磁测量样品附近区域进行三角形网格加密。为了在测量样品上获得均匀的磁场，使用相同硅钢叠片材料和工艺制作的匀场保护层作为材料的延伸，保护层和样品之间 1mm 的气隙是不可避免的, 实际测量中放置 B 和 H 的复合检测线圈。

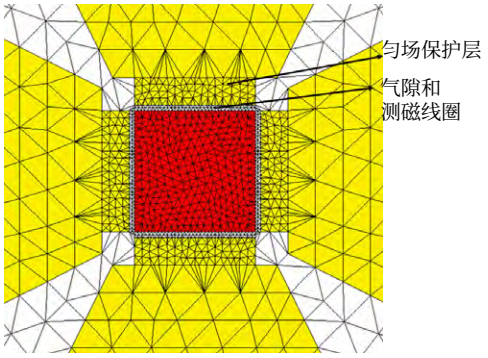


图 10 磁测量样品和匀场保护层的有限元剖分

Fig. 10 FEM Grid of magnetic measurement sample and guarding pieces

对于二维软磁材料磁特性测量广泛使用激磁模型是逆时针旋转圆形，x 和 y 轴激磁电流为：

$$\begin{cases} I_x(t) = I_m \cos(2\pi ft) \\ I_y(t) = I_m \sin(2\pi ft) \end{cases} \tag{26}$$

式中：I_m 是激磁电流的幅值；激磁频率 f=50Hz。在旋转激励下，后处理结果由 Tecplot 软件绘制，二维激磁模型的磁密分布和磁力线图(如图 11)。在磁测量样品上磁密明显高于磁轭处，装置的聚磁极头聚磁效果明显。样品磁场的 45° 与 0° 激磁磁路明显不同，45° 激磁相邻时磁路耦合构成磁场回路，0° 激磁时相互平行的一对磁极构成磁场回路。仿真结果如图 11 表明，部分磁链没有经过中心位置的测磁样品通过空气构成了漏磁链回路。

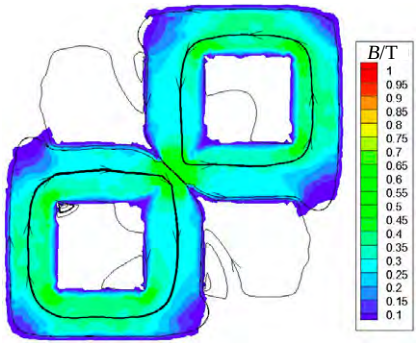


图 11 仿真模型的 45° 激磁时磁密分布和磁力线

Fig. 11 The magnetic flux density distribution of the simulation model at 45° direction magnetization

根据测量结果图 8，磁性材料在+45° 和 –45° 两个方向为难磁化方向，采用这两个方向独立的逆 Preisach 标量磁滞模型分别计算 +45° 和 –45° 的磁场强度，再进行空间坐标变换 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 旋转 45°，两个标量磁滞模型的空间叠加能够描述空间 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 矢量的空间磁滞特性。图 12 是无取向硅钢片在 50Hz 交变激磁下，轧制方向磁滞回线的实验值与仿真值比较，两者吻合较好。

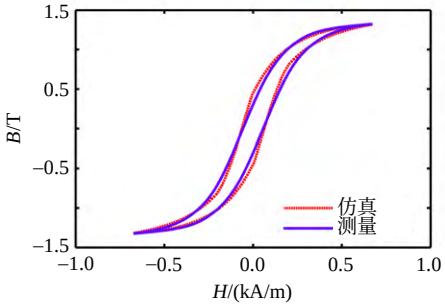
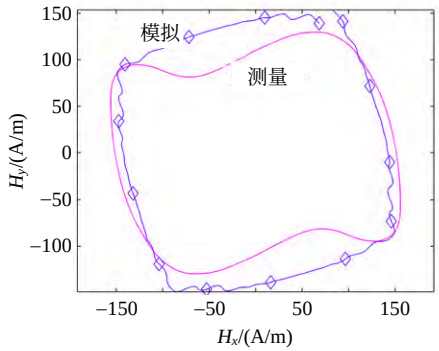


图 12 无取向硅钢片在 50Hz 时的仿真与测量的对比

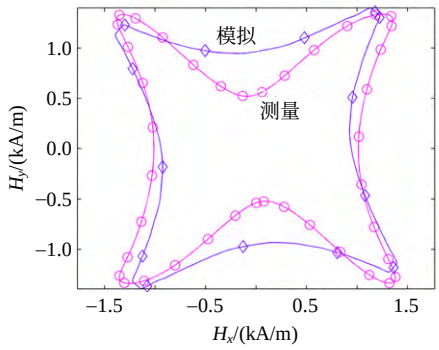
Fig. 12 Comparison between the simulated and measured magnetic properties at 50Hz for non-grain silicon steel

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

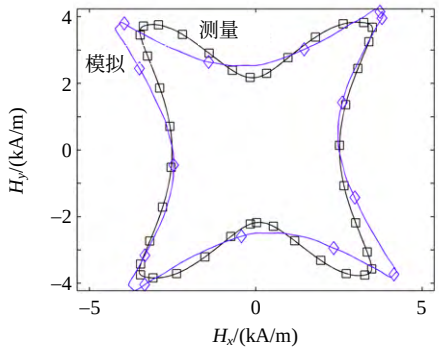
图 13 考虑磁滞和涡流的有限元仿真与二维磁特性实验的结果对比，仿真模型选取的测量点是样品的几何中心。图 13 是在不同幅值下圆形 ***B*** 轨迹下的空间二维 ***H*** 轨迹。通过模拟 ***H*** 轨迹与测量 ***H*** 轨迹的比较，逆 Preisach 磁滞模型能够较好的描述无取向硅钢片在 +45° 位置的难磁化方向。而且，当 ***B*** 幅值较低时|***B***|=0.5T 时，***H*** 轨迹呈现方形各向异性，由于磁密轨迹旋转方向是逆时针，方形的 ***H*** 轨迹整体逆时针偏转。随着 ***B*** 幅值的增加，模拟的 ***H*** 轨迹在 45° 位置凸出逐渐明显，与二维磁特性测量实验的结果是一致的。



(a) 圆形磁密 0.5T



(b) 圆形磁密 1.33T



(c) 圆形磁密 1.52T

图 13　在样品中心点处，磁滞涡流仿真与二维磁特性测量磁场强度轨迹对比

Fig. 13　The comparison between the simulating and measured H locus inside the sample center

4　结论

1）　本文提出的考虑精细磁滞和涡流效应的有限元模拟算法为高频变压器等具有显著涡流效应的设备提供了优化设计方法。

2）　提出了微观涡流场本构方程，考虑了叠片材料微观涡流效应的反馈作用，数值计算方法的稳定性大大提高。

3）　构建了逆 Preisach 分布模型，并对软磁叠片材料磁滞瞬态特性进行模拟。该模型比经典 Preisach 模型具有更高的计算效率。

4）　无取向硅钢片的三维磁特性测量结果与仿真结果吻合较好，在低磁密激磁下磁各向异性较弱，随着激磁作用的增强，磁各向异性逐渐增强，验证了该数值算法的有效性。

参考文献

[1] 谢德馨，朱占新，吴东阳，等．大规模工程涡流场有限元计算的困境与展望[J]．中国电机工程学报，2015，35(5)：1250-1257.
Xie Dexin，Zhu Zhanxin，Wu Dongyang，et al. Plight and perspective of large-scale engineering eddy current field FEM computation[J]. Proceedings of the CSEE，2015，35(5)：1250-1257(in Chinese).

[2] 江善林，邹继斌，徐永向，等．考虑旋转磁通和趋肤效应的变系数铁耗计算模型[J]. 中国电机工程学报, 2011，31(3)：104-110.
Jiang Shanlin，Zou Jibin，Xu Yongxiang，et al. Variable coefficient iron loss calculating model considering rotational flux and skin effect[J]. Proceedings of the CSEE，2011，31(3)：104-110(in Chinese).

[3] Bertotti G. Hysteresis in magnetism[M]. New York：Academic Press，1998：326-329.

[4] Benabou A，Clénet S，Piriou F. Comparison of preisach and Jiles-Atherton models to take into account hysteresis phenomenon for finite element analysis[J]. Journal of Magnetism & Magnetic Materials，2003，261(1-2)：139-160.

[5] De la Barriere O，Appino C，Fiorillo F，et al. A novel magnetizer for 2D broadband characterization of steel sheets and soft magnetic composites[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics，2015，48(2-3)：239-245.

[6] Enokizono M，Soda N. Finite element analysis of transformer model core with measured reluctivity tensor[J]. IEEE Transactions on Magnetics，1997，33(5)：4110-4112.

[7] 李丹丹，刘福贵，李永建，等．一种新的混合矢量磁滞

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

模型磁滞算子定义方法[J]. 电工技术学报, 2015, 30(1)：15-21.
Li Dandan, Liu Fugui, Li Yongjian, et al. A new definition of the hysteron in hybrid vector hysteresis model[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(1)：15-21(in Chinese).

[8] Enokizono M. Vector magnetic characteristic technology for development of super premium efficiency (IE4 level) motor[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2012, 48(11)：3054-3059.

[9] Takahashi N, Miyabara S H, Fujiwara K. Problems in practical finite element analysis using preisach hysteresis model[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1999, 35(3)：1243-1246.

[10] Kuczmann M, Kovács G. Improvement and application of the viscous-type frequency-dependent preisach model[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(2)：7009404.

[11] Mitsuoka R, Mifune T, Matsuo T, et al. A vector play model for finite-element eddy-current analysis using the newton-Raphson method[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49(5)：1689-1692.

[12] Biro O, Preis K, Buchgraber G, et al. Voltage-driven coils in Finite-Element formulations using a current vector and a magnetic scalar potential[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2)：1286-1289.

[13] Lin D, Zhou P, Chen Q M, et al. The effects of steel lamination core losses on 3D transient magnetic fields[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(8)：3539-3542.

[14] De la Barrière O, Appino C, Fiorillo F, et al. Loss separation in soft magnetic composites[J]. Journal of Applied Physics, 2011, 109(3)：07A317.

[15] Boglietti A, Cavagnino A, Lazzari M, et al. Predicting iron losses in soft magnetic materials with arbitrary voltage supply：An engineering approach[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2003, 39(2)：981-989.

[16] Lin D, Zhou P, Fu W N, et al. A dynamic core loss model for soft ferromagnetic and power ferrite materials in transient finite element analysis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2)：1318-1321.

[17] 张艳丽, 王洋洋, 张殿海, 等. 交变磁化下电工钢片的矢量磁致伸缩特性[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(4)：1156-1162.
Zhang Yanli, Wang Yangyang, Zhang Dianhai, et al. Vector magnetostrictive properties of electrical steel sheet with alternating magnetization[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(4)：1156-1162(in Chinese).

[18] 张艳丽, 何厚键, 谢德馨, 等. 基于二维磁特性测量的电工钢片矢量磁滞模型[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(3)：130-135.
Zhang Yanli, He Houjian, Xie Dexin, et al. Vector magnetic hysteresis model of electrical steel sheets based on two-dimensional magnetic property measurement[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(3)：130-135(in Chinese).

[19] Dlala E, Belahcen A, Arkkio A. A fast fixed point method for solving magnetic field problems in media of hysteresis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2008, 44(6)：1214-1217.

[20] Dlala E. Efficient algorithms for the inclusion of the preisach hysteresis model in nonlinear finite-element methods[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(2)：395-408.

[21] Li Y J, Yang Q X, Zhu J G, et al. Design and analysis of a novel 3-D magnetization structure for laminated silicon steel[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(2)：7009504.

收稿日期：2016-02-12。



张长庚

作者简介：

张长庚(1985), 男, 博士研究生, 研究方向为工程电磁场与磁技术、三维磁特性测量与建模, chang_geng@sina.com；

李永建(1976), 男, 教授, 研究方向为工程电磁场与磁技术、三维磁特性测量与建模, 本文通讯作者, herolyj@hebut.edu.cn；

杨庆新(1961), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为工程电磁场与磁技术, qxyang@tjpu.edu.cn。

(责任编辑 车德竞)

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

 DOI：10.13334/j.0258-8013.pcsee.160221

An Electromagnetic Simulation Method Considering Hysteresis and Micro-Eddy Current Effect

ZHANG Changgeng[1], LI Yongjian[1], YANG Qingxin[2]

(1. Hebei University of Technology; 2. Tianjin Polytechnic University)

KEY WORDS: magnetic hysteresis; finite element; electrical steel; eddy current

The motor and power transformer are simulated with the laminated structure as the bulk material avoiding the huge triangulation and computation, which cannot describe the eddy current path and the feedback of the eddy current effect. The rotational magnetization exists in the core of the motor, the estimation of rotational magnetization losses is not enough exact in the design of the motor. So, the super-efficient motor design needs a more robust and precise numerical method considering the eddy current and hysteresis effects.

In this paper, the magnetic field equation considering the micro-eddy current and magnetic hysteresis is built up. Firstly, the Preisach hysteresis model is identified by the measurement data and the inverse Everett function is computed from the first order recursive curve. The definition of inverse Preisach model is based on the Evertett function, where the input variable is flux density B. When B is increasing, H is calculated as:

$$H(t)=2\sum_{i=1}^{N}(E(b_{ui},b_{vi-1})-E(b_{ui},b_{vi}))+2E(B(t),b_{vN}) \quad (1)$$

When B is decreasing, H is expressed as:

$$H(t)=2\sum_{i=1}^{N}(E(b_{ui},b_{vi-1})-E(b_{ui},b_{vi})) \quad (2)$$

This model can describe the minor hysteresis loop, as shown in Fig.1. And the loss separation coefficients are solved by the optimization problem.

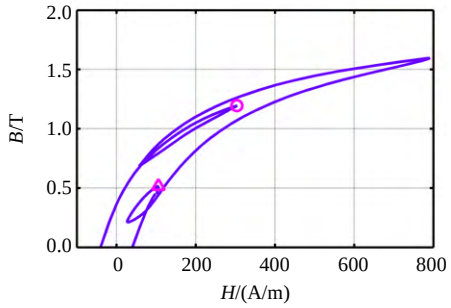


Fig. 1 The output *B*-*H* hysteresis loop with minor hysteresis loop by inverse preisach model

Secondly, the controlled equation is coupled with the Maxwell equation, Preisach model and micro eddy current as:

$$\frac{k_c}{2\pi^2}\frac{\nabla\cdot\nabla\cdot\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}+\frac{1}{\mu_0\mu_{\text{eff}}}\nabla\cdot\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\boldsymbol{J}+\nabla\cdot\boldsymbol{R} \quad (3)$$

where μ_0 is the magnetic permeability, $\boldsymbol{A}$ is the vector magnetic potential, k_c is the coefficient of homogenous eddy currents in laminated silicon steel, $\boldsymbol{R}$ is the residual magnetization considering the hysteresis effects. The advantage of the proposed numerical method is to consider the feedback of the eddy current to the magnetic field calculation.

The rotational magnetization properties are measured by the 3D magnetic properties measurement apparatus. The measurement sample is a cubic of laminated silicon steel 35WW270 with the edge of 22 mm. Based on the proposed method, the reduced 2D model of the 3D magnetic properties measurement is simulated. The alternating magnetic properties of the non-oriented silicon steel and the rotational magnetization properties are measured.

Fig.2 shows the experimental results and the simulated results by the FEM simulation, which proves the validity of the algorithm.

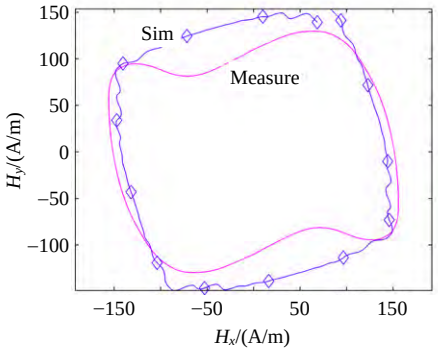


Fig. 2 Comparison between the simulated and measured magnetic field strength locus

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net