DOI：10.13334/j.0258-8013.pcsee.160222 文章编号：0258-8013 (2017) 07-2167-09 中图分类号：TM 154

硅钢叠片在宽频三轴正交激磁条件下的磁特性模拟方法研究

张长庚[1]，杨庆新[2]，李永建[1]

(1. 河北工业大学电磁场与电器可靠性省部共建重点实验室，天津市 红桥区 300130;
2. 天津工业大学天津市电工电能新技术重点实验室，天津市 西青区 300160)

An Electromagnetism Simulation Methodology of Laminated Silicon Steel by Three Axes Orthogonal and Wide Frequency Excitation

ZHANG Changgeng[1], YANG Qingxin[2], LI Yongjian[1]

(1. Province-Ministry Joint Key Laboratory of Electromagnetic Field and Electrical Apparatus Reliability, Hebei University of Technology, Hongqiao District, Tianjin 300130, China;
2. Tianjin Key Laboratory of AEEET, Tianjin Polytechnic University, Xiqing District, Tianjin 300160, China)

ABSTRACT: Laminated silicon steel can not be simulated accurately when the working frequency is higher than 50Hz. In order to solve this problem, magnetic properties of the laminated silicon steel were measured and modeled at broad frequency range (20Hz~1kHz). Firstly, a linear eddy current field analytical model was built for effectively predicting broad frequency range magnetic properties of the laminated silicon steel at low magnetic field. Secondly, a transient electromagnetic finite element method considering the eddy current effect in multi-domain and nonlinearity was proposed for 2-D magnetic modeling of silicon steel at high magnetic field. This method can separate the laminated magnetic core into multi-domain with eddy effect and compute its magnetization curve at broad frequency. At last, by using a three axes orthogonal magnetic tester, comprehensive magnetic properties of the laminated silicon steel were measured. By comparing the measured and simulated results, the validity of the proposed method can be verified.

KEY WORDS: magnetic properties measurement; electrical steel; skin effect; average magnetization curve

摘要：针对硅钢叠片的工作磁通频率高于工频时磁特性计算不准确的问题，开展了宽频(20Hz~1kHz)激磁条件下的磁特性测量和建模。建立了硅钢叠片的线性涡流场解析模型，该模型在低磁场激励下有效预测硅钢片宽频磁特性；在高磁场激励下，提出一种考虑多涡流域和非线性的瞬态电磁有限元方法。该方法模拟了二维硅钢片材料，隔离了叠片铁心二维平面内多个涡流区域，计算了硅钢叠片的宽频磁化曲线。最后，利用三轴正交磁特性测量装置对硅钢叠片进行综合磁特实验。比较实验结果与数值模拟结果验证算法的有效性。

关键词：磁特性测量；电工钢片；趋肤效应；平均磁化曲线

0 引言

硅钢叠片作为电机和电力变压器等装备中最常用的铁心材料，降低铁心磁性材料单位质量损耗意味着提高电磁装备的效率。为了测量硅钢叠片材料的交变损耗，国家标准委员会和国际电工委员会(IEC)都以爱泼斯坦方圈方法为电工钢片交变损耗测量的标准[1]。基于该方法，进一步将硅钢片剪切为与轧制方向 0°~90° 夹角的叠片，利用爱泼斯坦方圈测量硅钢片在叠片平面内的磁各向异性[2]。变压器磁轭以一维交变磁化为主，而旋转电机定子铁心以旋转磁化为主。实验测量表明二维旋转损耗并不等价于两方向交变损耗的叠加，为了精确测量和描述硅钢叠片材料二维旋转损耗，国内外发展了的多种结构的二维单片磁特性测量装置[3-4]。硅钢片叠片应用的场合是叠片平面内二维磁场，但是在三相电力变压器 T 型接口处存在垂直于叠片方向的磁场，

基金项目：国家自然科学基金项目(51237005,51507110)；河北省自然科学基金项目(E2014202137)；新能源电力系统国家重点实验室开放课题(LAPS16002).

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (51237005, 51507110); Natural Science Foundation of Hebei Province, China (E2014202137); State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System With Renewable Energy Sources(LAPS16002).

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

从而产生了硅钢叠片平面内的涡流。无论是一维单片测量仪还是二维旋转测量仪都无法研究垂直于硅钢叠片方向的磁特性。

硅钢叠片磁特性测量为电磁模拟提供材料建模的原始数据。硅钢叠片材料电磁模拟的难点是模型多尺度的问题。硅钢片厚度一般小于 0.5mm，片间绝缘层与气隙尺寸约 0.01mm, 两者相差约 50 倍，与被仿真电机和电力变压器的外形尺寸相差几个数量级，而且硅钢叠片构成的铁心具有很强的磁各向异性和电导率各向异性。传统的涡流场计算方法为了捕捉气隙磁场与叠片内的涡流分布，需要加密剖分网格, 从而造成内存占用率高, 迭代收敛困难, 仿真时间长[5]。因此在实际工程模拟中，将硅钢叠片铁心等效为实心铁心，忽略涡流效应，仅在有限元后处理时，计算铁心总损耗。对于涡流各向异性的非线性问题，采用电位移矢量和磁标量方法；对于磁各向异性的非线性问题，采用磁位移矢量和电标量的方法[6-7]。在工频下，硅钢叠片的涡流效应较弱, 忽略涡流效应, 不会引入显著的电磁计算误差。但是在宽频(100Hz~10kHz)高频变压器和高速电机的铁心中，硅钢片高频涡流效应影响显著[8]。一种方法，为了反映铁耗对磁场计算的影响，Ansys™ Maxwell 软件提出了涡流铁耗效应对磁场计算的反馈算法[9]。另一种方法，研究硅钢叠片内部涡流分布和趋附效应，同时避免叠片结构的精细剖分，把硅钢片三维涡流场问题分解为相互作用的两部分：三维均匀化的瞬态磁场问题和硅钢片内的一维涡流场子问题[10-11]。此外，直接简化硅钢叠片结构三维模型为二维模型，剖分网格数目显著减少，涡流场有限元计算规模下降明显。但是硅钢叠片模拟问题含有多个涡流区域时，传统的涡流场计算方法假设多个涡流区域是相互连通，故引起不同区域涡流环流的问题，实际硅钢叠片的涡流是相互隔离的，仿真结果偏离真实情况。为解决该问题，本文提出了二维多涡流区域的电磁有限元算法。

首先，当假设硅钢片磁导率线性时，本文建立平行于叠片激磁和垂直于叠片激磁的磁特性解析模型，应用该模型模拟无取向硅钢片在宽频范围的导磁特性。其次，提出了多涡流域的二维电磁仿真模拟算法。最后，测量了硅钢叠片材料的宽频正交磁特性，再分析比较测量结果与多涡流域电磁仿真结果。

1 硅钢叠片三轴宽频磁特性测量

1.1 三轴正交磁特性系统

三轴正交激磁主结构(图 1)是由 3 个 C 型铁心正交排列组成。每一个 C 型铁心是由高取向硅钢片 27ZH95 卷制而成，并通过机械加工制作出凸台的极头结构[12-13]。测量样品是立方的硅钢叠片，放置于三对激磁极头的正中心, 12 个磁特性传感线圈紧紧贴在测量样品立方体的 6 个表面。

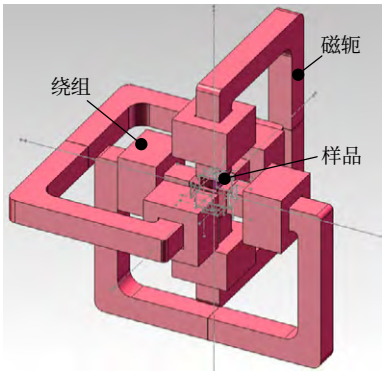


图 1 三轴正交磁测量系统主磁路

Fig. 1 The magnetic circuit of three axes orthogonal magnetic properties measurement system

框图 2 是三轴正交磁特性测试流程。测量系统的控制中枢是嵌入式控制器，协调整个测试过程。首先，嵌入式控制器的信号输出卡生成三路控制信号，信号输入给三路功率放大器，经过阻抗匹配电路和谐振电路，获得大功率的连续激磁电流，施加在磁测量主结构激磁线圈上，主磁路的磁场通过磁耦合激发测量样品的三维磁场，通过三轴正交的磁特性传感结构，采集了 6 路磁感应强度信号和 6 路磁场强度信号。微弱信号经过可变增益的信号调理电路处理后，反馈给嵌入式控制系统的信号采集卡, 经过控制算法运生成控制信号, 实现闭环控制。直到反馈信号满足测量精度，达到和目标值 0.5% 相对误差, 自动存储测量结果, 完成测量过程[14-15]。

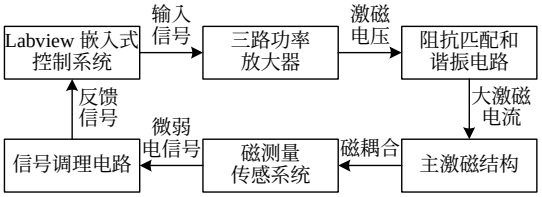


图 2 三轴正交磁特性系统

Fig. 2 Three axes orthogonal magnetic properties measurement system

1.2 硅钢叠片三轴正交磁特性测量

传统的硅钢片单片测量方法中，测量样品是单

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

片结构，仅能实现硅钢片水平方向磁特性测量；而在三轴正交测量系统中，测量样品是立方体结构，实现沿硅钢片叠置方向磁特性测量。

利用三轴正交磁特性测试系统对无取向硅钢片 35WW270 进行三轴正交磁特性测量。三轴正交方向分别是轧制方向、切向方向和叠置方向。图 3 测量结果表明：无取向钢片 35WW270 在轧制方向和切向方向的磁滞回线近似重合，表明了 35WW270 是磁各向同性材料。在相同磁密条件下，硅钢叠片叠置方向的磁滞回线面积明显大于另两个方向，说明在叠片内部产生了较大的涡流。此外，由于叠片材料在叠片之间存在漆膜，增大了叠置方向磁路气隙，故叠置方向磁导率明显低于另两个方向。

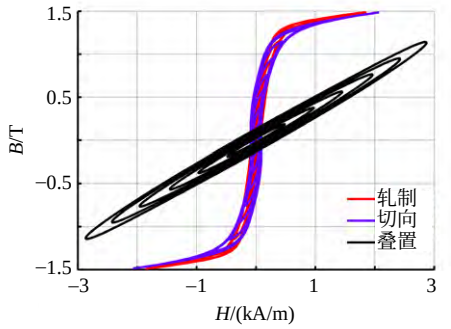


图 3　无取向硅钢片 50Hz 在 3 个正交方向的磁滞回环

Fig. 3　Hysteresis loop of three orthogonal directions of non-oriented silicon steel

1.3　硅钢叠片宽频磁特性测量

随着电机和电力变压器运行频率提高，硅钢叠片宽频(20Hz~1kHz)磁特性测量具有工程价值。为了解决不同频率阻抗匹配的问题，设计了三轴正交激磁系统的柔性激磁绕组(表 1)，激磁绕组的电压 U 和激磁电感 L 的方程：

$$\begin{cases} U = \mathrm{j}\omega L I_m \\ L = k_a N^2 S \end{cases} \tag{1}$$

式中：I_m 为激磁电流；k_a 为激磁绕组窗口系数；N 为激磁绕组的匝数，磁特性测量需要足够大的磁动势 $F = NI_m$，简化式(1)则有：

表 1　三轴磁特性测量系统柔性激磁绕组

Tab. 1　Flexible exciting winding for 3D magnetic measurement

层数	匝数	频率范围/Hz	阻抗匹配
2 层	75	500~2000	金属化聚丙烯 3000V 电容
6 层	222	100~500	聚丙烯 450V 电容
8 层	299	20~100	聚丙烯 450V 电容

$$U = \mathrm{j}\omega k_a NSF \tag{2}$$

磁动势不变时，激磁绕组匝数与激磁电压正比关系。当激磁频率较低时(10Hz)，提高激磁绕组匝数，增大绕组电压，有效避免谐波的扰动。当被测频率升高(1kHz)时，由于绝缘限制电压不应过高，故减少激磁绕组匝数，同时要求阻抗匹配电容的容量小且耐压高。

利用三轴正交磁特性测试系统对无取向硅钢片 35WW270 进行三轴宽频磁特性测量，图 4 是在轧制方向宽频下，单磁滞回环的面积随峰值磁密变化的曲线。其中单磁滞回环面积也等价于硅钢叠片材料单位质量单位频率下的总铁耗。根据经典的 Steinmetz 损耗分离公式，硅钢片铁耗分解为磁滞损耗、经典涡流损耗和异常损耗。损耗分离过程是依据测量数据，硅钢叠片单方向 50~200Hz 的总磁损耗，再根据含有约束的最优化问题计算相应的损耗系数[16]。随着激磁频率增大、磁场趋肤效应增强，硅钢叠片涡流损耗系数相应减小[17]。根据磁场强度与磁损耗对应关系，磁场强度分解为磁滞损耗磁场强度 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{hys}}$、涡流损耗磁场强度 $\boldsymbol{H}_c$ 和异常损耗磁场强度 $\boldsymbol{H}_e$[9]：

$$\begin{cases} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{hys}} + \boldsymbol{H}_c + \boldsymbol{H}_e \\ \boldsymbol{H}_c = \dfrac{k_c}{2\pi^2}\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\ \boldsymbol{H}_e = \dfrac{k_e}{C_e}\left(\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right)^{-\frac{1}{2}}\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \end{cases} \tag{3}$$

式中：k_c 为涡流损耗系数；k_e 为异常损耗系数；C_e 为异常损耗常数。当频率足够小时 $\boldsymbol{H}_c$ 和 $\boldsymbol{H}_e$ 可以忽略，图 5(a)是无取向硅钢片 20Hz 磁滞回线，频率较低，故磁滞部分决定了磁滞回线族形状。其不同激磁下的磁滞回线的上升分支的顶点均与最大磁滞回线的上升线重合。

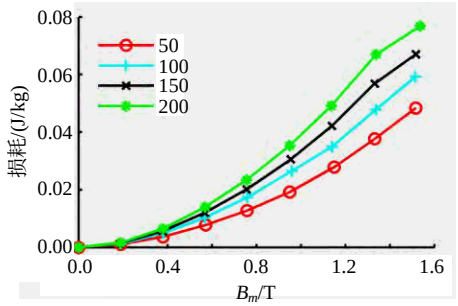
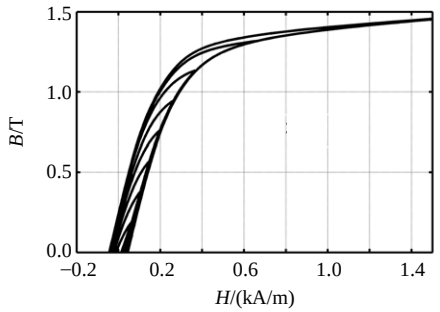


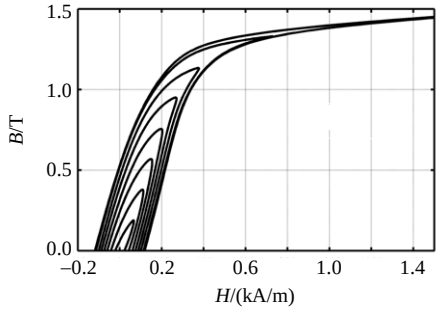
图 4　无取向硅钢片轧制方向的损耗曲线

Fig. 4　Loss curve of non-oriented silicon steel on the transverse direction

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net



(a) 激磁频率是 20Hz



(b) 激磁频率是 200Hz

图 5 在不同频率下无取向硅钢片轧制方向的磁滞回环

Fig. 5 Hysteresis loops of non-oriented silicon steel at different frequency

图 5(b)是硅钢片在 200Hz 时的磁滞回线族。根据式(3)的定义，$\boldsymbol{H}_c$ 和 $\boldsymbol{H}_e$ 分别与频率 f 和 $\sqrt{f}$ 成正比，随着激磁频率升高，两者显著增大。假设磁性材料中不存在磁滞损耗作用，仅存在涡流损耗作用时，磁滞回线是旋转的椭圆形。激磁频率为 200Hz 的磁特性测试，静态不变的磁滞效应和动态较大的涡流效应叠加，磁滞回线的形状趋近于旋转椭圆形，每一个磁滞回线的最大值顶点偏离了最大磁滞回线的上升线，进入磁滞回环的内部，几何上表现是磁滞回线随磁场增大逐层完全嵌套。对于损耗计算，磁滞回环的面积代表总损耗，随着磁化频率增加，磁滞回环中磁滞部分保持相对不变，涡流损耗对磁场的影响显著增大，单个磁滞回环面积增大(如图 4)。

2 硅钢片宽频磁特性建模

软磁材料制作成叠片形式可以有效抑制工频下涡流效应。但是，当高速电机和高频变压器中的硅钢叠片工作磁通达到数百赫兹时，叠片内涡流效应显著，进而叠片铁心磁性能退化。本节首先介绍宽频磁性能的表述方法，然后进行宽频磁性能的建模。

2.1 软磁磁特性的宽频表述

2.1.1 交流磁化曲线与平均磁化曲线定义

软磁硅钢片材料在交变磁场作用下具有磁滞特性和饱和特性。在经典的计算电磁学中：磁性能的表述可以采用磁导率的方法或者单值的 *B-H* 曲线。磁滞回环在任意点处的切线定义为微分磁导率；磁滞回环在任意点处与原点的差定义为差分磁导率。单值的 *B-H* 磁化曲线有两种定义方式：

平均磁化曲线：同频率不同幅值的磁滞回环的磁密最大值点连线定义为平均磁化曲线。该曲线用于电磁模拟的瞬态涡流场计算。

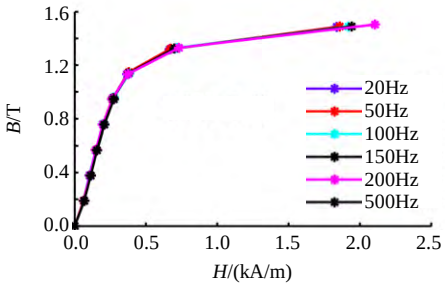
交流磁化曲线：同频率不同幅值磁场强度均方根的 $\sqrt{2}$ 倍和磁密下均方根的 $\sqrt{2}$ 倍组成的单值 *B-H* 曲线。该曲线常用于电磁模拟的频域涡流场计算。

当磁场激励为标准的正弦波形时，被测量的样品均匀磁化，根据法拉第电磁感应定律，在磁密最大值时的时间节点：

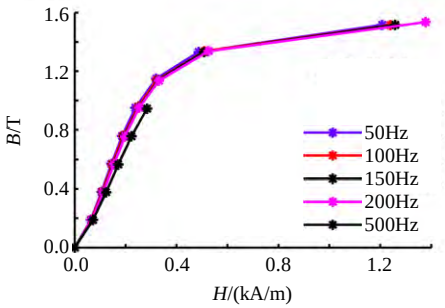
$$\nabla \times E = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = -B_0 \cos(\frac{\pi}{2}) = 0 \tag{4}$$

式(4)表示磁密最大时涡流为零，故不同频率磁滞回环下磁密最大值的顶点重合，图 6(a)是无取向硅钢片 35WW270 在轧制方向 20~500Hz 宽频平均磁化曲线。测量结果表明所有频率下的平均磁化曲线均完全重合。

图 7 表示无取向钢片在相同最大磁密激磁时 20~500Hz 的磁滞曲线。随频率增加，硅钢片涡流增大，磁滞回环逐渐变宽，随激磁频率的增大逐个



(a) 平均磁化曲线



(b) 交流磁化曲线

图 6 无取向钢片轧制方向宽频磁化曲线

Fig. 6 Magnetization curves of non-oriented silicon steel on rolling direction at broad frequency

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

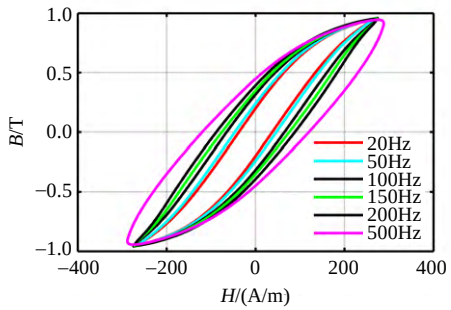


图 7　无取向钢片轧制方向的宽频磁特性

Fig. 7　Magnetic properties of non-oriented silicon steel in rolling direction at broad frequency

嵌套，磁场强度最大值点与磁密最大值点分离为两点，但是不同频率的磁密最大值点，即磁滞回环的顶点均重合。图 6(b)绘制硅钢片轧制方向的交流磁化曲线，随频率增加交流磁化曲线逐渐变低。50Hz 时硅钢叠片涡流效应不显著，导磁性能下降较小。当激磁频率达到 500Hz 时，磁场趋肤效应显著，磁性能退化明显。

2.1.2　两种磁化曲线的异同

交流磁化曲线与平均磁化曲线差别主要原因有两个：其一是磁场的趋肤效应。随激磁频率升高，趋肤效应增强，平均磁化曲线斜率变低；其二是磁场饱和引起的磁场强度波形畸变。

当硅钢片磁化频率较低于 20Hz 时，磁性材料磁化过程中涡流效应较弱，趋肤效应不明显。低频下的动态磁滞回线族接近静态磁滞回线族，进一步认为 20Hz 交流磁化曲线仅受到饱和效应的影响。图 8 根据平均磁化曲线，经过样条插值拟合，预测绘制了交流磁化曲线。在磁特性线性区域时，交流磁化曲线与平均磁化曲线完全重合；当磁性材料进入饱和区域，交流磁化曲线高于平均磁化曲线，20Hz 下预测的交流磁化曲线和测量的交流磁化曲线近似重合。

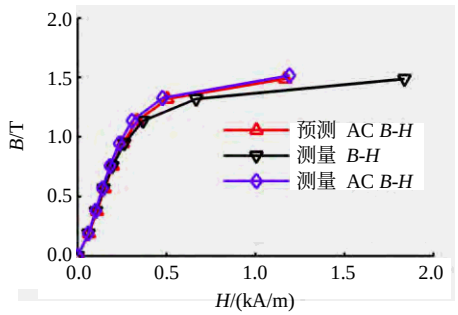


图 8　测量和预测的交流磁化曲线(20Hz，35WW270)

Fig. 8　The measured and predicted AC *B-H* curves (20Hz, 35WW270)

2.2　考虑趋肤效应的硅钢片轧制方向线性模型

假设位移电流忽略不计，磁场强度以正弦规律变化，则硅钢片一维频域磁场模型[16]简化为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 H_s(y)}{\partial y^2} + \mathrm{j}\omega\mu\sigma H_s(y) = 0 \\ H_s(\pm L) = H_0 \end{cases} \tag{5}$$

其中磁场强度 H_s 沿 Y 轴方向变化，沿 X 轴方向不变。H_0 为磁场的 Dirchlet 边界条件。图 9 表示硅钢片的厚度 $2L$，硅钢片中心部磁场较弱，边缘磁场较强。

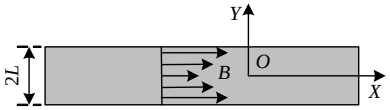


图 9　考虑涡流的硅钢片轧制方向激磁的模型

Fig. 9　Exciting model of silicon steel sheet along the rolling direction considering eddy effect

二阶线性偏微分方程式(5)的解析表达式：

$$\begin{aligned} H_z(y,t) = {} & H_0[1+2\cos(\frac{2}{\lambda})\mathrm{e}^{-\frac{2}{\lambda}}+\mathrm{e}^{-\frac{4}{\lambda}}]^{-1}\cdot \\ & \{\mathrm{e}^{-\frac{L-y}{2\delta}}\cos(-\frac{L-y}{2\delta}-\omega t)+\mathrm{e}^{-\frac{L+y}{2\delta}}\cdot \\ & \cos(-\frac{L+y}{2\delta}-\omega t)+\mathrm{e}^{-\frac{3L-y}{2\delta}}\cos(-\frac{L+y}{2\delta}- \\ & \omega t)+\mathrm{e}^{-\frac{3L+y}{2\delta}}\cos(\frac{L-y}{-2\delta}-\omega t)\} \end{aligned} \tag{6}$$

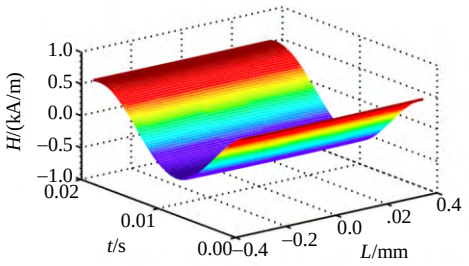
其中趋附深度 $\delta=(2\omega\mu\sigma)^{-0.5}$，定义 $\lambda=2\delta/L$ 用于表征趋附深度的显著程度。随着硅钢叠片激磁频率升高，趋附深度变小，导磁能力会显著下降。图 10 绘制 0.35mm 厚硅钢片，相对磁导率为 5000，在 50Hz 和 1kHz 激磁下，叠片截面磁场强度随时间变化的磁场强度分布图。在交流 50Hz 磁场激磁时，涡流趋肤效应较弱，磁场强度分布均匀；在交流 1kHz 磁场激磁时，涡流趋肤效应较强，电工钢片中心处磁场明显小于边缘。

频率低于 20Hz，可以忽略硅钢片的趋肤效应，测量磁导率近似等于磁性材料的本征磁导率。但是，当高于 100Hz 时，硅钢叠片的平均磁导率 μ_{ave} 由下式计算：

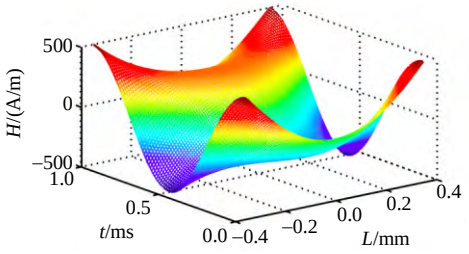
$$\mu_{\mathrm{ave}} = \frac{B_{\mathrm{ave}}}{H_0} \tag{7}$$

式中 B_{ave} 为硅钢叠片截面上的平均磁密，通过叠置方向的线积分计算：

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net



(a) 激磁频率 50Hz



(b) 激磁频率 1kHz

图 10 硅钢片截面的磁场强度随时间变化的分布，相对磁导率 5000

Fig. 10 The flux density distribution on the cross section of silicon steel with the relative permeability 5000

$$B_{ave}=\frac{\mu}{2l}\int_L H_z(y,t)\mathrm{d}t=\mu H_0\lambda\frac{\sqrt{\frac{1}{2}(1+\mathrm{e}^{\frac{8}{\lambda}})-\cos(\frac{4}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}}{1+2\cos(\frac{2}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{2}{\lambda}}+\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}\cdot \cos\{\omega t+\arctan[\frac{1-2\sin(\frac{2}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{2}{\lambda}}-\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}{1+2\sin(\frac{2}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{2}{\lambda}}-\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}]\} \tag{8}$$

根据式(7)计算宽频下平行于叠片方向的磁特性，如图 11，随频率增加硅钢片磁特性退化，即平均意义下的磁导率变小，在低磁场激磁下磁化曲线与实验结果吻合较好，在高磁场激磁下误差较大。由于式(8)磁场分布结果是基于线性磁导率假设，仅当硅钢片未饱和下适用。实际上硅钢片的磁特性具有较强的非线性，考虑磁导率的非线性，式(5)变成非线性的二阶偏微分方程，解析求解过于复杂甚至

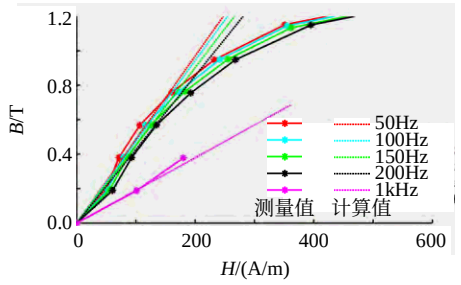


图 11 宽频(50Hz~1kHz)下平行于叠片方向磁特性建模

Fig. 11 The magnetic properties along the parallel laminated direction

无法进行解析求解。

2.3 硅钢片垂直叠片方向线性模型

建立硅钢叠片垂直叠片方向的磁化模型。假设硅钢片的厚度是 d，绝缘漆膜和空气气隙 d_0，叠压系数 $F=d/(d+d_0)$。根据磁通连续性原理有：

$$\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{H}_{\mathrm{air}}=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H}_{\mathrm{Fe}} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{H}_{\mathrm{air}}$ 为气隙磁场强度；$\boldsymbol{H}_{\mathrm{Fe}}$ 为钢片磁场强度。两者平均磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H}=\frac{\boldsymbol{H}_{\mathrm{air}}d_0+\boldsymbol{H}_{\mathrm{Fe}}d}{d+d_0} \tag{10}$$

化简后的等效磁导率：

$$\mu=\frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{H}}=\frac{\mu_0\mu_{\mathrm{r}}}{(1-F)\mu_{\mathrm{r}}+F} \tag{11}$$

当相对磁导率 $\mu_{\mathrm{r}}\gg 1$，叠片方向磁导率进一步化简为

$$\mu=\frac{\mu_0}{1-F} \tag{12}$$

式(12)仅与叠置系数有关，故磁导率近似于线性。叠片方向磁滞回线实验测量如图 3，z 轴方向磁密最大值 1T 与 0.2T 的磁滞回线比较，瞬态磁导率均相同，磁特性线性度高。

3 二维电磁场多涡流区域数值模拟

对二维模型多涡流区域分析时，传统的电磁涡流有限元方法，在不同涡流区域会产生涡流环流，与实际不同涡流区域相互绝缘的事实不符。本文针对多片硅钢片的涡流仿真的需要，提出了非线性多涡流区域的电磁场瞬态模拟方法，利用 Matlab 进行模型绘制、网格剖分和有限元计算。电磁有限元程序的后处理采用了 Tecplot 360 软件。

3.1 多涡流区域电磁场数值方法

传统的二维瞬态涡流场模型，磁矢位 $\boldsymbol{A}$ 仅有 z 轴方向分量 $\boldsymbol{A}_z$：

$$\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t}-\frac{1}{\mu_0}\nabla^2 A_z=\sigma\nabla\phi+\nabla\times\boldsymbol{M} \tag{13}$$

式中：σ 为材料的电导率；μ_0 为真空磁导率；$\boldsymbol{\Phi}$ 为激磁绕组电势；$\boldsymbol{M}$ 为磁化强度。有限元计算中对硅钢片每一个二维涡流区域添加一个限制条件，涡流在区域内面积分为零：

$$\iint_{\Omega_i}\boldsymbol{J}_{\mathrm{eddy}}\mathrm{d}\Omega_i=\iint_{\Omega_i}(-\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t})\mathrm{d}\Omega_i=0 \tag{14}$$

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

式中 Ω_i 表示第 i 片硅钢片的涡流区域。假设涡流区域的个数为 n，该建模方法增加 n 个约束条件，使变分离散方程组增加 n 行，却没有相应增加有限元计算自由度的个数。故变分离散方程组超定，计算结果无法收敛。为解决上述问题，对每一个涡流区域，引入新的自由度即涡流区域的虚拟电势 u，从而改进多涡流域的二维电磁场控制方程组：

$$\begin{cases}\sigma\dfrac{\partial A_z}{\partial t}-\dfrac{1}{\mu_0}\nabla^2 A_z+\dfrac{\sigma u}{l}=\sigma\nabla\phi+\nabla\times\boldsymbol{M}\\ \iint_{\Omega_i}(-\sigma\dfrac{\partial A_z}{\partial t}+\dfrac{\sigma u}{l})\mathrm{d}\Omega_i=0,\quad i=1,2,\cdots,n\end{cases}\tag{15}$$

式中 l 为模型的厚度，改进后的变分离散方程组增加 n 行，同时有限元自由度增加 n 个。

根据 Galerkin 变分原理引入一次线性的形状函数作为有限元的基空间，式(15)转化为变分形式

$$\sum_{\Omega_e\in\mathrm{Set}(i)}\sigma\int_{\Omega_e}N_i^e\frac{\Delta A_z}{\Delta t}+\frac{u}{l}\mathrm{d}\Omega_e+\frac{1}{\mu_0}\int_{\Omega_e}\nabla\boldsymbol{N}_i^e\nabla A_z\mathrm{d}\Omega_e=\sum_{\Omega_e\in\mathrm{Set}(i)}\int_{\Omega_e}\boldsymbol{N}_i^e(\nabla\times\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}+J)\mathrm{d}\Omega_k\tag{16}$$

式中：Ω_e 表示三角形单元 e 的剖分区域；Set(i)表示第 i 个自由度的剖分单元集合；N_i^e 表示三角形单元 e 的节点 i 的形状函数。瞬态磁场与涡流电势的耦合方程表达为矩阵形式：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}&\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{P}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{eddy}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{L}&\boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}_{\mathrm{eddy}}}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{IM}+\boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\tag{17}$$

利用一阶隐式的欧拉方法对式(17)进行时域的离散，选取时间步长 Δt，第 k 步时间离散矩阵：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}+\dfrac{\boldsymbol{D}}{\Delta t}&\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\\ \dfrac{\boldsymbol{L}}{\Delta t}&\boldsymbol{P}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}^k\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{eddy}}^k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{IM}+\boldsymbol{I}+\dfrac{\boldsymbol{D}\boldsymbol{A}^{k-1}}{\Delta t}\\ \dfrac{\boldsymbol{L}\boldsymbol{A}^{k-1}}{\Delta t}\end{bmatrix}\tag{18}$$

单元涡流刚度矩阵 $\boldsymbol{D}^e=\int_{\Omega_k}\sigma\boldsymbol{N}^e\boldsymbol{N}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$；单元刚度矩阵 $\boldsymbol{K}^e=\dfrac{1}{\mu_0}\int_{\Omega_k}\nabla\boldsymbol{N}^e\nabla\boldsymbol{N}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$；绕组电流向量 $\boldsymbol{I}^e=\int_{\Omega_k}\boldsymbol{N}^e\boldsymbol{J}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$；磁化电流向量 $\boldsymbol{IM}^e=\int_{\Omega_k}\boldsymbol{N}^e\nabla\times\boldsymbol{M}^{e\mathrm{T}}\mathrm{d}\Omega_k$；全电流限制 $\boldsymbol{L}_{(i,j)}=\int_{\Omega_j}N_i\mathrm{d}\Omega_j$。

$$\boldsymbol{P}_{(i,j)}=\begin{cases}\int_{\Omega_j}1\mathrm{d}\Omega_j, & i=j\\ 0, & i\neq j\end{cases}$$

由于变分矩阵方程非线性，用牛顿–拉夫逊方法离散。首先求解第 k 步的残差向量：

$$\boldsymbol{R}^k=\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}\boldsymbol{A}^k+\dfrac{\boldsymbol{D}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}^k-\boldsymbol{A}^{k-1})}{\Delta t}-(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{I}\boldsymbol{M})+\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{eddy}}^k\\ \dfrac{\boldsymbol{L}(\boldsymbol{A}^k-\boldsymbol{A}^{k-1})}{\Delta t}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{U}_{\mathrm{eddy}}^k\end{bmatrix}\tag{19}$$

对式(17)矩阵求导数构造第 k 步雅克比矩阵：

$$\boldsymbol{J}^k=\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}+\dfrac{\boldsymbol{D}}{\Delta t}+\dfrac{\partial\boldsymbol{I}\boldsymbol{M}}{\partial\boldsymbol{a}}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{P}\end{bmatrix}\tag{20}$$

因此增量方程为

$$\boldsymbol{J}^k\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{A}^{k+1}\\ \Delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{eddy}}^{k+1}\end{bmatrix}=-\boldsymbol{R}^k\tag{21}$$

式中有限元系统矩阵 $\boldsymbol{J}^k$ 为高度稀疏化的对称矩阵。增量方程求解采用双共轭梯度法或者代数多重网格法，求解速度快且内存占用少。

3.2　数值模拟和实验验证

仿真模型图 12 是由三轴正交磁测量铁心简化的二维磁路模型，由磁轭、激磁绕组、聚磁极头、匀场极靴和叠片样品组成。在电磁有限元计算中，磁轭和绕组区域的控制方程是式(13)，采用线性磁导率材料且不考虑涡流效应；硅钢叠片区域的控制方程是式(15)，在非铁磁区域，$\boldsymbol{M}=0$；在无取向硅钢片 35WW270 的铁磁区域，利用平均磁化曲线图 6 插值拟合磁化强度的非线性函数：

$$M=\frac{B}{\mu_0}-H_0\tan(\frac{\pi B}{2B_s})\tag{22}$$

通过辨识拟合式中：$B_s=1.6\mathrm{T}$；$H_0=230.2\mathrm{A/m}$。装置激励方式是串联绕组的电流源交变激磁：

$$I=NI_m\sin(\omega t)\tag{23}$$

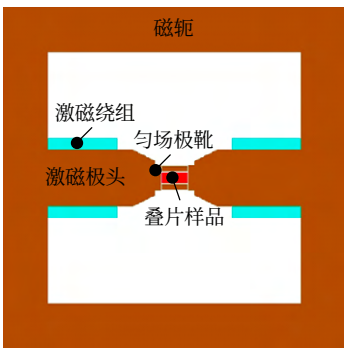


图 12　硅钢叠片三维磁特性测量装置的简化模型

Fig. 12　Simplified model of 3D magnetic properties apparatus for laminated silicon steel

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

式中：N 为绕组匝数；I_m 为激磁电流的峰值。在主磁路正弦激磁下，样品中的磁场以正弦规律变化。

图 13 是平行于叠片方向激磁时，4 片硅钢片内部的电磁涡流场分布。仿真结果表明每一片硅钢片区域构成一个独立的涡流区域，总的涡流密度为零，与真实物理情况符合。而且硅钢叠片在中心部区域的涡流分布相比硅钢叠片左右两侧边缘区域更均匀，磁场受边缘效应影响，边缘存在穿过硅钢片叠片的法向磁通，改变了硅钢片涡流分布，因此二维硅钢叠片仿真相比于一维叠片的仿真更真实反映钢片内部的涡流分布。由于网格剖分单元较大，图中展示出三角形单元在边界处涡流的不连续。

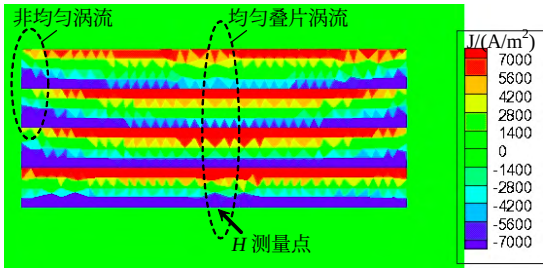


图 13 4 片硅钢片的涡流分布

Fig. 13 The eddy current distribution of four layer silicon steel

根据二维有限元计算不同激磁强度下瞬态时刻的 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{B}$。其中磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 仿真和测量点在图 13 标注，紧贴硅钢叠片的表面空气处，由于磁场强度切向连续性，该点磁场强度与硅钢片外表面磁场强度一致。由于硅钢片的涡流效应，测量点处 $\boldsymbol{H}$ 高于硅钢片中心处的 $\boldsymbol{H}$，并且随着激磁频率的升高，趋附效应增强而变大。磁密 $\boldsymbol{B}$ 的测量区域即为图中均匀叠片涡流区域。$\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 有效值的计算方法：

$$\begin{cases} B_{\mathrm{RMS}} = \sqrt{2\int_0^T \left(\dfrac{\int_V B\mathrm{d}v}{\int_V \mathrm{d}v}\right)^2 \mathrm{d}t} \\ H_{\mathrm{RMS}} = \sqrt{2\int_0^T H^2 \mathrm{d}t} \end{cases} \tag{24}$$

比较磁特性测量实验与所提出有限元方法预测结果，绘制不同激磁强度下 50~500Hz 下交流磁化曲线(如图 14)。随频率上升，交流磁化曲线下降趋势，与宽频测量结果趋势一致。而且当随激磁电流增加时，模拟结果优于图 14 线性的模型，有限元硅钢叠片模型能较好模拟磁场的饱和非线性。仿真结果与测量结果有一定的误差，原因之一是本文宽频磁特性模拟仅考虑了涡流损耗随频率影响忽略了磁畴结构导致的剩余损耗影响。原因之二是三轴正交磁场测量 H 测量线圈受张量系数和线圈位置偏移影响，测量结果本身的存在偏差。

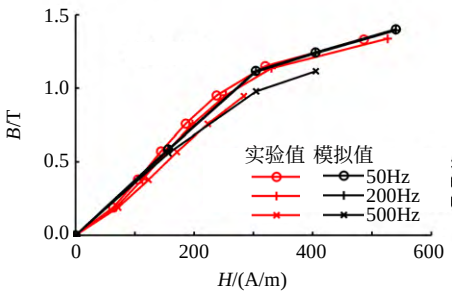


图 14 测量和有限元预测的交流磁化曲线

Fig. 14 The measured and predicted AC *B*-*H* curves by FEM

4 结论

本文开展了硅钢叠片材料宽频综合磁特性测量与模拟方法研究。通过改进三轴正交磁特性测量系统，实现了硅钢叠片材料的宽频(20Hz~1kHz)三轴正交磁特性测量。在低磁密激磁时，提出线性涡流场解析模型；在高磁密激磁时，提出考虑多涡流域和非线性的瞬态电磁有限元模拟方法，准确预测了硅钢片宽频交流磁化曲线。为宽频工作下电工装备铁心的优化设计提供了有效方法。

参考文献

[1] Cheng Z G, Takahashi N, Forghani B, et al. Modeling of magnetic properties of GO electrical steel based on Epstein combination and loss data weighted processing [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(1): 6300209.

[2] Fiorillo F, Dupre L R, Appino C, et al. Comprehensive model of magnetization curve, hysteresis loops, and losses in any direction in grain-oriented Fe-Si[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2002, 38(3): 1467-1476.

[3] Guo Y G, Zhu J G, Zhong J J, et al. Measurement and modeling of rotational core losses of soft magnetic materials used in electrical machines: A review[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2008, 44(2): 279-291.

[4] 张艳丽，何厚键，谢德馨，等. 基于二维磁特性测量的电工钢片矢量磁滞模型[J]. 中国电机工程学报，2010，30(3)：130-135.
Zhang Yanli, He Houjian, Xie Dexin, et al. Vector magnetic hysteresis model of electrical steel sheets based on two-dimensional magnetic property measurement[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(3): 130-135(in Chinese).

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[5] 谢德馨，朱占新，吴东阳，等. 大规模工程涡流场有限元计算的困境与展望[J]. 中国电机工程学报，2015，35(5)：1250-1257.
Xie Dexin, Zhu Zhanxin, Wu Dongyang, et al. Plight and perspective of large-scale engineering eddy current field FEM computation[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(5)：1250-1257(in Chinese).

[6] Biro O, Preis K, Buchgraber G, et al. Voltage-driven coils in finite-element formulations using a current vector and a magnetic scalar potential[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2)：1286-1289.

[7] Lin D S, Zhou P, Chen Q M, et al. The effects of steel lamination core losses on 3D transient magnetic fields[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(8)：3539-3542.

[8] 辛伟. 计及频率和脉宽脉冲电流激励下铁磁材料局部磁滞特性的分析与模拟[J]. 中国电机工程学报，2015，35(5)：1258-1265.
Wei Xin. Analysis and simulation of minor hysteresis characteristic for ferromagnetic material under pulsed current excitation considering frequency and pulsed width[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(5)：1258-1265(in Chinese).

[9] Zhou P, Lin D S, Lu C, et al. A new algorithm to consider the effects of core losses on 3-D transient magnetic fields[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(2)：7008904.

[10] Niyonzima I, Sabariego R V, Dular P, et al. Computational homogenization for laminated ferromagnetic cores in magnetodynamics[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49(5)：2049-2053.

[11] Muramatsu K, Okitsu T, Fujitsu H, et al. Method of nonlinear magnetic field analysis taking into account eddy current in laminated core[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2)：896-899.

[12] Li Y J, Zhu J G, Yang Q X, et al. Study on rotational hysteresis and core loss under three dimensional magnetization[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(10)：3520-3523.

[13] Li Y J, Yang Q X, Zhu J G, et al. Design and analysis of a novel 3-D magnetization structure for laminated silicon steel[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(2)：7009504.

[14] Petrun M, Steentjes S, Hameyer K, et al. 1-D lamination models for calculating the magnetization dynamics in non-oriented soft magnetic steel sheets[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2016, 52(3)：7002904.

[15] Beatrice C, Appino C, de la Barrière O, et al. Broadband magnetic losses in Fe-Si and Fe-Co laminations[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(4)：6300504.

[16] Popescu M, Ionel D M. A best-fit model of power losses in cold rolled-motor lamination steel operating in a wide range of frequency and magnetization[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(4)：1753-1757.

[17] Zhang Y, Cheng M C, Pillay P. A novel hysteresis core loss model for magnetic laminations[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2011, 26(4)：993-999.



张长庚

收稿日期：2016-12-12。

作者简介：

张长庚(1985)，男，博士研究生，研究方向为工程电磁场与磁技术、三维磁特性测量与建模，chang_geng@sina.com；

杨庆新(1961)，男，教授，博士生导师，研究方向为工程电磁场与磁技术，qxyang@tjpu.edu.cn；

李永建(1976)，男，教授，研究方向为工程电磁场与磁技术、三维磁特性测量与建模，本文通讯作者，herolyj@hebut.edu.cn。

(责任编辑　车德竞)

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

 DOI：10.13334/j.0258-8013.pcsee.160222

An Electromagnetism Simulation Methodology of Laminated Silicon Steel by Three Axes Orthogonal and Wide Frequency Excitation

ZHANG Changgeng[1], YANG Qingxin[2], LI Yongjian[1]

(1. Hebei University of Technology; 2. Tianjin Polytechnic University)

KEY WORDS: magnetic properties measurement; electrical steel; skin effect; average magnetization curve

With the development of servo control and smart grid, the servo motor is working in higher frequency mode and the power transformer is affected by high order harmonics produced by the power electronic device. The magnetic properties modeling and computing method of laminated steel are crucial to the simulation of electrical silicon steel and the calculation of exact core loss of transformers and motors. Firstly, the linear permeability for laminated silicon steel at broad frequency (20Hz- 1kHz) is solved by an explicit expression. Supposing that laminate silicon steel has linear permeability, the averaged magnetic flux density (***B***) is computed by Maxwell equation:

$$B_{\text{ave}}=\frac{\mu}{2l}\int_L H_z(y,t)\mathrm{d}t=\mu H_0\lambda\frac{\sqrt{\frac{1}{2}(1+\mathrm{e}^{\frac{8}{\lambda}})-\cos(\frac{4}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}}{1+2\cos(\frac{2}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{2}{\lambda}}+\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}\cdot \cos\{\omega t+\arctan[\frac{1-2\sin(\frac{2}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{2}{\lambda}}-\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}{1+2\sin(\frac{2}{\lambda})\mathrm{e}^{\frac{2}{\lambda}}-\mathrm{e}^{\frac{4}{\lambda}}}]\} \tag{1}$$

where $\lambda=2\delta/L$, and skin depth $\delta=(2\omega\mu\sigma)^{-0.5}$. The averaged ***B*** can be approximate to the measured AC *B*-*H* curve of non-oriented silicon steel along the rolling direction as shown in Fig. 1.

But because of magnetic saturation, Eq.(1) is not correct when the magnetic excitation is large. Secondly, for the nonlinear 2-D silicon steel eddy model, a novel finite element method considering the eddy effect in multi-domain is proposed. Magnetic field along the laminated direction of laminated steel and magnetic field along the transverse laminated direction are simulated by the self-written program.

The eddy current in the traditional 2D numerical simulation flows through different eddy areas which

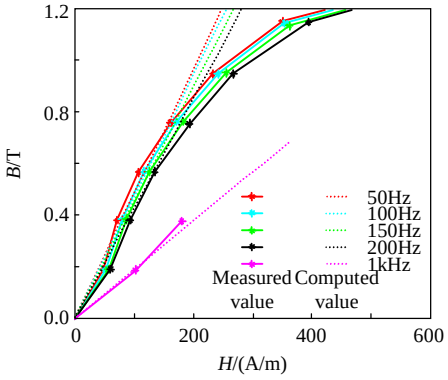


Fig. 1 The magnetic properties AC *B*-*H* curve of non-oriented silicon steel along the rolling direction

violate the physical fact. In order to address the problem, a new degree of freedom (DOF) representing the virtual voltage of eddy-current area is added into the electro-magnetic finite element method(FEM). The improved control equation is expressed as:

$$\begin{cases}\sigma\dfrac{\partial A_z}{\partial t}-\dfrac{1}{\mu_0}\nabla^2 A_z+\dfrac{\sigma u}{l}=\sigma\nabla\phi+\nabla\cdot\boldsymbol{M}\\ \iint_{\Omega_i}(-\sigma\dfrac{\partial A_z}{\partial t}+\dfrac{\sigma u}{l})\mathrm{d}\Omega_i=0,\quad i=1,2,\cdots,n\end{cases} \tag{2}$$

where l is the depth of the model and $\boldsymbol{A}_z$ is magnetic vector potential. Then Eq.2 is discretized by FEM:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{K} & \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{P}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{u}_{\text{eddy}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{D} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{L} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}_{\text{eddy}}}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{IM}+\boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix} \tag{3}$$

The discretization matrix is solved by the Newton-Raphson nonlinear method. The 3-D magnetic properties of non-oriented silicon steel are measured by a 3-D magnetic tester at broad frequency. The measurement results are in good agreement with the simulation results, which proves the validity of the proposed algorithm.

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net